

## 變異數膨脹因子 Variance Inflation Factor (VIF)

### 意義

在多元回歸模型中，衡量多個自變數之間，是否存在共線性的方法。計算概念是將原回歸模型中的每一個自變數，都一一改為應變數作回歸，也就是所謂的「輔助回歸」。藉此測量出每個自變數之間的線性程度。

### 公式

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_I^2}$$

$VIF_i$ : 第  $i$  個觀察值的變異數膨脹因子。

$R_I^2$ : 以第  $i$  個觀察值當作應變數，所計算出的回歸模型判定係數。

### 範例

下表為台灣 1990 年到 2019 年的總體經濟數據，以工資率當作應變數的多元回歸模型為  $y_{wage} = -1.66 x_{unemploy} + 0.38 x_{growth} + 0.38 x_{cpi} + 6.60$ ，計算模型的變異數膨脹因子，並診斷是否有共線性問題。

year	$\Delta\% \text{ of wage } \%$	unemployment %	CPI	growth %
1990	14.44	1.67	4.12	5.54
1991	10.53	1.51	3.62	8.37
1992	9.53	1.51	4.47	8.31
1993	7.65	1.45	2.94	6.81
1994	6.15	1.56	4.10	7.50
1995	5.11	1.79	3.66	6.50
1996	3.68	2.60	3.08	6.18
1997	4.86	2.72	0.91	6.05
1998	3.04	2.69	1.68	4.20
1999	2.97	2.92	0.18	6.73
2000	2.57	2.99	1.26	6.31
2001	0.29	4.57	-0.01	-1.40
2002	-1.00	5.17	-0.20	5.48
2003	1.29	4.99	-0.28	4.22
2004	1.46	4.44	1.61	6.95
2005	1.12	4.13	2.31	5.38
2006	0.76	3.91	0.60	5.77

2007	2.11	3.91	1.80	6.85
2008	0.02	4.14	3.52	0.80
2009	-4.77	5.85	-0.87	-1.61
2010	5.55	5.21	0.97	10.25
2011	2.95	4.39	1.42	3.67
2012	0.32	4.24	1.93	2.22
2013	0.14	4.18	0.79	2.48
2014	3.59	3.96	1.20	4.72
2015	2.49	3.78	-0.30	1.47
2016	0.49	3.92	1.39	2.17
2017	3.82	3.76	0.62	3.31
2018	NA	3.71	1.35	2.79
2019	1.32	3.73	0.56	2.96

本例為 3 個自變數的多元回歸模型： $y = \beta_{une}x_{une} + \beta_{gro}x_{gro} + \beta_{cpi}x_{cpi} + c$ ，針對  $x_1$  與  $x_2$  與  $x_3$  作輔助回歸：

$$\begin{cases} x_{une} = \beta_{gro}x_{gro} + \beta_{cpi}x_{cpi} + c \\ x_{gro} = \beta_{une}x_{une} + \beta_{cpi}x_{cpi} + c \\ x_{cpi} = \beta_{une}x_{une} + \beta_{gro}x_{gro} + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_{une} = -0.08\beta_{gro} - 0.56\beta_{cpi} + 4.80, & R^2 = 0.6062 \\ x_{gro} = -0.78\beta_{une} + 0.39\beta_{cpi} + 6.81, & R^2 = 0.2713 \\ x_{cpi} = -0.84\beta_{une} + 0.06\beta_{gro} + 4.29, & R^2 = 0.5897 \end{cases}$$

$$\begin{cases} VIF_{une} = \frac{1}{1 - 0.6062} = 2.54 \\ VIF_{gro} = \frac{1}{1 - 0.2713} = 1.37 \\ VIF_{cpi} = \frac{1}{1 - 0.5897} = 2.44 \end{cases}$$

3 個自變數  $VIF < 5$ ，因此共線性並不嚴重。